1 1. Simplifier les écritures ci-dessous.

$e^{5\ln(3)}$ et $e^{-3\ln(2)}$.

2. Soit x un réel, Ecrire plus simplement les réels ci-dessous.

$e^x.e^{-2x}$, $e.e^x$, $\left(e^{-x}\right)^2$, $\dfrac{e^x}{e^{-x}}$,

$\dfrac{e^{2x}}{e^{1-x}}$ et $\dfrac{\left(e^x\right)^4}{e^{2x}}$.

3. Vérifier que pour tout réel x,

a. $e^{2x}+e^{-2x}+2=\left(e^x+e^{-x}\right)^2$.

b. $\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$.

4. a. Montrer que,

si $1\le e^x\le 2$ alors $\dfrac{1}{4}\le e^{-2x}\le 1$.

b. Montrer que,

si $1\le e^x\le 9$ alors $2\le 2e^{\frac{x}{2}}\le 6$.

2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations suivantes.

1. $\left(x^2-5x+4\right)e^x=0$.

2. $e^{\frac{x}{4}}=\dfrac{1}{e}$.

3. $e^{3x}-e^{-x}=0$.

4. $e^{2x}+e^x-2=0$.

5. $e^x-5e^{-x}+4=0$.

6. $\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)=4$.

7. $e^{-x}\le 1$.

8. $e^{-3x}\ge 0$.

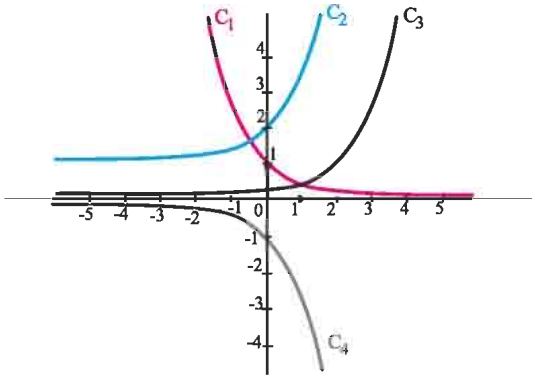
9. $e^{2x}-\dfrac{1}{e^x}\ge 0$.

10. $2-e^{\frac{1}{x}}>0$.

11. $e^x+\dfrac{2}{e^x}-3\le 0$.

3 On a représenté dans un même repère les courbes représentatives des fonctions

$f:x\mapsto -e^x$, $g:x\mapsto e^{-x}$, $h:x\mapsto\dfrac{1}{e^{2-x}}$ et $k:x\mapsto 1+e^x$.



Associer chaque fonction à sa courbe.

4 Pour tout entier naturel n, on pose $S_n=\sum_{k=0}^{n}\dfrac{1}{e^k}$.

Montrer que $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\dfrac{e}{e-1}$.

5 Déterminer les limites suivantes.

$\lim\limits_{x\to+\infty}x^2-e^x$; $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{3x}-2e^x$; $\lim\limits_{x\to+\infty}2e^x-\dfrac{1}{x}$;

$\lim\limits_{x\to-\infty}2e^x-\dfrac{1}{x}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{-(1-x)}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^2-2x+3\right)e^x$;

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^2-x\right)e^x$; $\lim\limits_{x\to0^+}xe^{\frac{1}{x}}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}x^3-e^{2x}$;

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{\sqrt{x+1}}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-e^x}{x^2+x}$; $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{e^{\frac{-1}{x}}}{x}$;

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x-1}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}x^2\left(e^{2x}-e^x\right)$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{2x}-1}{x}$;

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{1-e^{-x}}$; $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{e^x-1}{\sqrt{2x}}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$;

$\lim\limits_{x\to-\infty}x(e^{\frac{1}{x^2}}-1)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x(e^{\frac{1}{x}}-1)}{e^{\frac{1}{x}}+1}$;

$\lim\limits_{x\to+\infty}x^2(e^{\frac{1}{x}}-e^{\frac{1}{x+1}})$; $\lim\limits_{x\to-\infty}x^2(e^{\frac{1}{x}}-e^{\frac{1}{x+1}})$.